

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

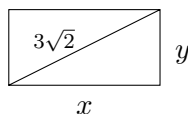
Ejercicio 1

Sea  $M$  la matriz  $\begin{pmatrix} x & -x & x \\ 1 & -x & x \\ x & 2x & x \end{pmatrix}$

- 1) [2,25 PUNTOS] Calcule el rango de  $M$  en función del valor de  $x$ .
- 2) [1 PUNTO] Calcule la inversa de  $M$  en el caso de  $x = -1$ .

Ejercicio 2

- 1) [2,5 PUNTOS] Calcule el rectángulo de base  $x$  cm, altura  $y$  cm y diagonal  $3\sqrt{2}$  cm cuyo perímetro sea máximo.



- 2) [1 PUNTO] Calcule la recta tangente a la función  $h(x) = x^2 + x$  en el punto  $(1, 2)$ .

Ejercicio 3

Sean  $P : x + 3y + 2z - 1 = 0$  y  $Q : 2x + 6y + 4z + 3 = 0$  dos planos.

- 1) [0,25 PUNTOS] Extraiga el vector normal al plano  $P$  de su ecuación implícita (general).
- 2) [1 PUNTO] Calcule ecuaciones paramétricas del plano  $P$ .
- 3) [1 PUNTO] Determine la posición relativa de los planos  $P$  y  $Q$ .
- 4) [1 PUNTO] Calcule la recta normal a  $Q$  que pase por el punto  $(0, 0, 0)$ .

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

### Ejercicio 1

Considere el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro  $t$ :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2tx + y + (t+1)z = 1 \\ (t-1)x + ty + tz = -2 \end{cases}$$

- 1) [0,25 PUNTOS] Escriba el sistema de ecuaciones como un sistema matricial de la forma  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$ .
- 2) [3 PUNTOS] Clasifique el sistema en función del valor del parámetro  $t$ , calculando todas las soluciones en los casos en los que sea compatible.

### Ejercicio 2

Sea  $f$  la función definida a trozos dada por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + x + 3 & \text{si } x \leq 3 \\ 2x^2 - 3 & \text{si } 3 < x < 5 \\ b e^x & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

- 1) [1,5 PUNTOS] Calcule los valores de  $a$  y  $b$  para que la función sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .
- 2) [1 PUNTO] Si  $a = 1$ ,  $b = 3$ , calcule el área encerrada bajo la gráfica de  $f$  comprendido entre las rectas  $x = -1$  y  $x = 3$ .
- 3) [1 PUNTO] Calcule los extremos relativos de la función  $g(x) = 2x^2 + x + 3$ .

### Ejercicio 3

Sea  $Q$  el plano de ecuación vectorial  $Q : (0, 0, 1) + s \overrightarrow{(2, -1, 0)} + t \overrightarrow{(2, -1, 1)}$ .

- 1) [0,5 PUNTOS] Calcule la ecuación implícita (general) del plano  $Q$ .
- 2) [1,25 PUNTOS] Calcule la recta que pasa por  $(-1, 2, 4)$  que sea perpendicular al plano  $Q$ .
- 3) [1,5 PUNTOS] Calcule la distancia del punto  $(-1, 2, 4)$  al plano  $Q$ .